



---

# Leitfaden für die Bestimmung des Flanken- durchmessers von parallelen Gewindelehren durch mechanische Prüfung

---

Dokument Nr. 211.dw

Ausgabe Februar 2013, Rev. 02

*Durch das Sektorkomitee "Kalibrieren" erstelltes Dokument zur Harmonisierung der Tätigkeit  
in Kalibrierlaboratorien.*

### ***Zweck des Dokumentes***

Dieser Leitfaden soll die Harmonisierung für die Kalibrierung von parallelen Gewindelehren verbessern. Er vergleicht die Definitionen von Gewindeparametern und gibt Hinweise dazu, was in Hinsicht auf vergleichbare Resultate gemessen oder angenommen werden kann und welche Angaben Kalibrier-Zertifikate enthalten sollen.

## INHALTSVERZEICHNIS

1.	Einleitung .....	4
2.	Bereich und Anwendungsgebiet .....	4
3.	Terminologie .....	4
4.	Kategorien für die Kalibrierung von Gewindelehren .....	6
5.	Berechnung des Flankendurchmessers .....	8
6.	Abplattungskorrektur .....	10
7.	Ermittlung der Messunsicherheit .....	11
8.	Kalibrierzertifikat .....	16
9.	Literatur .....	16
Anhang 1: Internationales Wörterbuch .....		17
Anhang 2: Beispiele für die Berechnung des Flankenwinkels .....		18

## 1. Einleitung

Die Kalibrierung von Gewindelehren ist messtechnisch wie wirtschaftlich von Bedeutung. Obschon die üblicherweise erreichten Messunsicherheiten (einige wenige Mikrometer) im Vergleich zu anderen Lehren in der Längenmesstechnik nicht sehr anspruchsvoll erscheinen mögen, ist eine korrekte Messung und Berechnung der Gewindep Parameter und eine zuverlässige Abschätzung der zugehörigen Messunsicherheit eine anspruchsvolle Aufgabe. Weitere Schwierigkeiten bilden die in den Normen verschiedenen definierten Parameter und die Mess- und Berechnungsmethoden, die häufig historisch begründet und teils veraltet sind. Dies kann zu signifikant unterschiedlichen Messresultaten und Messunsicherheiten führen im Vergleich zu Messungen, welche in der herkömmlichen Art ausgeführt und ausgewertet wurden. Weder für den Markt noch für die Akkreditierungsorganisationen ist dies tolerierbar. Das vorliegende Dokument soll zur Harmonisierung dieser Situation beitragen.

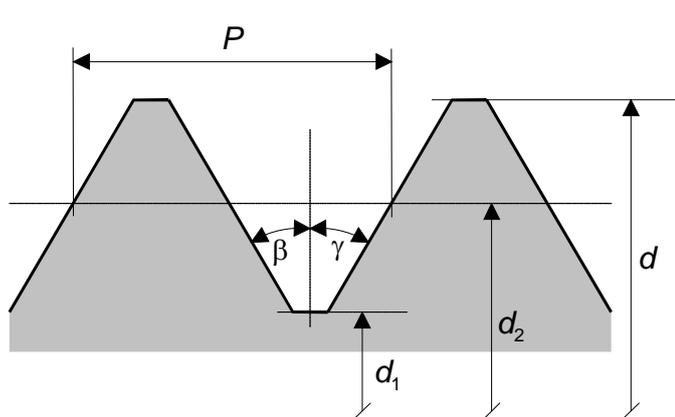
## 2. Bereich und Anwendungsgebiet

- 2.1 Der Leitfaden beschreibt ausschliesslich die mechanischen Kalibriermethoden unter Verwendung von kugelförmigen oder zylindrischen Tastelementen. Er ist beschränkt auf die folgenden Typen von Gewindelehren:
- Zylindrische Form, d.h. parallele Gewinde
  - Gerade Flanken
  - Positive Flankenwinkel
  - Ein- und Mehrfachgewinde.
- 2.2 Das Dokument gibt eine Anleitung zur Bestimmung des Flankendurchmessers und der dazugehörigen Messunsicherheit. Einige technische Aspekte, welche für die verschiedenen Anwendungen unterschiedlich sein können, und Messstrategien werden nicht vermittelt. Alternative Techniken, wie zum Beispiel optische Messverfahren, zwei-dimensionales Abtasten (contouring), Koordinatenmessgeräte oder die Prüfung durch Lehren sind nicht umfassend abgedeckt. Einige Konzepte mögen auch in diesen Fällen anwendbar sein.
- 2.3 Es liegt nicht in der Absicht dieses Dokuments, zusätzliche Informationen zu dem, was bereits in der Praxis, den Fachbüchern oder den Normen gefunden werden kann, zu erarbeiten. Zum besseren Verständnis werden jedoch wo nötig einige ausgewählte Definitionen und Konzepte weitergegeben.

## 3. Terminologie

- 3.1 Alle Parameter von zylindrischen Gewinden, die in diesem Dokument verwendet werden, sind nachstehend definiert. Es kann nicht garantiert werden, dass sämtliche dieser Bezeichnungen in Übereinstimmung mit nationalen oder internationalen Normen innerhalb der EA stehen. Das internationale Wörterbuch im Anhang 1 gibt eine Übersetzung von verschiedenen Ausdrücken in Deutsch, Englisch und Französisch.
- 3.2 **Aussendurchmesser** ( $d$ ,  $D$ ): Durchmesser eines imaginären Zylinders (Aussenzylinder), welcher die Profilspitzen eines Aussengewindes oder die Profiltäler eines Innengewindes umschliesst.
- 3.3 **Kerndurchmesser** ( $d_1$ ,  $D_1$ ): Durchmesser eines imaginären Zylinders (Innenzylinder), welcher die Profilspitzen eines Innengewindes oder die Profiltäler eines Aussengewindes umschliesst.

- 3.4 **Teilung ( $P$ )**: Abstand zwischen entsprechenden Punkten zweier benachbarter Gewindeflanken, gemessen in einer Ebene parallel zur Gewindeachse auf derselben Seite der Achse.
- 3.5 **Anzahl Gänge ( $n$ )**: Anzahl Rillen innerhalb einer Umdrehung ( $n > 1$  für ein mehrgängiges Gewinde).
- 3.6 **Steigung ( $\ell$ )**: Teilung multipliziert mit der Anzahl Gänge. Axiale Verschiebung der Schraube nach einer Umdrehung.  $\ell = n \cdot P$ .
- 3.7 **Teilflankenwinkel ( $\beta, \gamma$ )** und einer Senkrechten zur Gewindeachse. □, □: Winkel zu
- 3.8 **Flankenwinkel ( $\alpha$ )**: Summe der zwei Teilflankenwinkel.
- 3.9 **Steigungswinkel ( $\psi$ )**: Schraubenwinkel des Gewindes im Flankendurchmesser.
- 3.10 **Flankendurchmesser ( $d_2, D_2$ )**: Durchmesser eines imaginären Zylinders (Flankenzyylinder), dessen Zylinderfläche das Gewindeprofil so durchschneidet, dass die Breite der dadurch ausgeschnittenen Profil-Täler und -Spitzen gleich gross ist.
- 3.11 **Einfacher Flankendurchmesser**: Durchmesser eines imaginären Zylinders, dessen Zylinderfläche das Gewindeprofil so durchschneidet, dass die Breite der dadurch ausgeschnittenen Profil-Täler gleich der halben *nominellen* Teilung ist.
- 3.12 **Paarungs-Flankendurchmesser (virtueller Flankendurchmesser, funktioneller Durchmesser)**: Durchmesser eines imaginären Gewindes mit perfekter Form und nomineller Steigung und Flankenwinkel, das mit dem aktuellen Gewinde auf einer spezifizierten Gewindelänge genau paaren würde. Der Paarungs-Durchmesser schliesst allfällige kumulierte Einflüsse von Steigungsfehlern, Profilabweichungen, Teilflankenwinkel Fehlern, Konizität sowie Geradheits- und Rundheitsabweichungen mit ein.
- 3.13 Für ein theoretisch perfektes Gewinde ergeben die drei Definitionen des Flankendurchmessers dasselbe Mass. Die Ausdrücke *einfacher Flankendurchmesser* und *Paarungs- Flankendurchmesser* werden in der Lehren-Messtechnik verwendet.



$d_2$ : Flankendurchmesser  
 $d$ : Aussendurchmesser  
 $d_1$ : Innendurchmesser  
 $P$ : Teilung  
 $\beta, \gamma$ : Teilflankenwinkel  
 $\alpha = \beta + \gamma$ : Flankenwinkel

Fig.1 Elemente eines zyl. Gewindes (Zeichnung und Symbole für ein Aussengewinde. Für Innengewinde ist das Symbol  $D$  zu verwenden).

## 4. Kategorien für die Kalibrierung von Gewindelehren

**4.0.1** Die in der untenstehenden Tabelle aufgeführten Kategorien für die Kalibrierung von Gewinden beziehen sich hauptsächlich auf die Messung mit mechanischer Antastung. Die Kategorien beschreiben den Umfang der Messungen bezüglich des zu bestimmenden Flankendurchmessers. Messresultate und die dazugehörigen Messunsicherheiten sind nur vergleichbar, wenn sie zu gleichen Kategorien gehören. In gewissen Fällen, nämlich für nicht gemessene Grössen (Teilung und Flankenwinkel), wird eine Typ B Ermittlung der Messunsicherheit erstellt. Die Messresultate für die gleiche, aber verschiedenen Kategorien zugeordnete, Messgrösse sollten innerhalb der von den zugehörigen Messunsicherheiten abgeleiteten Vertrauensbereiche miteinander übereinstimmen.

**4.0.2 Bemerkung:** Für die **erste** Kalibrierung von – in der Regel neuen – Gewindelehren ist die Bestimmung der Teilung  $P$  und des Flankenwinkels  $\alpha$  strengstens empfohlen, unabhängig von der gewählten Kategorie für die Kalibrierung des Flankendurchmessers.

	Parameter	gemessen	angenommen	in die Berechnung der Unsicherheit übernommen
<b>1</b>	<b>Einfacher Flankendurchmesser</b>			
<b>1a</b>	$m$	<input type="checkbox"/>	-	<input type="checkbox"/>
	$\alpha$	-	innerhalb Toleranz	<input type="checkbox"/> (Toleranzzone)
	$P$	nomineller Wert	-	-
<b>1b</b>	$m$	<input type="checkbox"/>	-	<input type="checkbox"/>
	$\alpha$	<input type="checkbox"/>	-	<input type="checkbox"/>
	$P$	nomineller Wert	-	-
<b>2</b>	<b>Flankendurchmesser</b>			
<b>2a</b>	$m$	<input type="checkbox"/>	-	<input type="checkbox"/>
	$\alpha$	-	innerhalb Toleranz	<input type="checkbox"/> (Toleranzzone)
	$P$	<input type="checkbox"/>	-	<input type="checkbox"/>
<b>2b</b>	$m$	<input type="checkbox"/>	-	<input type="checkbox"/>
	$\alpha$	<input type="checkbox"/>	-	<input type="checkbox"/>
	$P$	<input type="checkbox"/>	-	<input type="checkbox"/>
<b>3</b>	<b>Paarungs-Flankendurchmesser</b>			
<b>3</b>	$m$	<input type="checkbox"/>	-	<input type="checkbox"/>
	$\beta, \gamma$	<input type="checkbox"/>	-	<input type="checkbox"/>
	$P$	<input type="checkbox"/>	-	<input type="checkbox"/>

Tab. 1. Kalibrierkategorien für die Bestimmung der drei verschiedenen Flankendurchmesser unter Festlegung der zu messenden Grössen, der für die Berechnung des Flankendurchmessers getroffenen Annahmen und der Grössen, die für die Ermittlung der Messunsicherheit für den Flankendurchmesser berücksichtigt werden müssen. Das Symbol  $m$  bezeichnet den gemessenen Durchmesser als Abstand zwischen den Zentren der Tastelemente, welche das Gewinde beidseitig berühren.

## 4.1 Bemerkungen zu jeder Kategorie

- 4.1.1 **Messung des Durchmessers (1a):** Der *einfache Flankendurchmesser* wird unter Berücksichtigung der Anlagekorrektur und der Messkraft aus dem gemessenen Durchmesser berechnet, unter Annahme der Nominalwerte für die Steigung und die Flankenwinkel.

Für die Messunsicherheitsberechnung ist zu berücksichtigen: die Messunsicherheit der Durchmesserbestimmung, des Kugel- oder des Drahtdurchmessers sowie die Unsicherheit des Flankenwinkels. Für den Flankenwinkel wird angenommen, dass er innerhalb der Toleranz liegt. Die Toleranzzone  $\pm a$  (total  $2a$ ) wird als Rechteckverteilung angenommen, was eine Standardunsicherheit von  $a/\sqrt{3}$  ergibt. Der Wert für die Steigung ist als Nominalwert definiert und daher als Konstante ohne Unsicherheit anzusehen.

- 4.1.2 **Messung des Durchmessers und des Flankenwinkels (1b):** Im Vergleich zu 1a kann die Messung des Flankenwinkels ein zuverlässigeres Messresultat für den *einfachen Flankendurchmesser* ergeben, verbunden mit einer meist kleineren Messunsicherheit.

- 4.1.3 **Messung des Durchmessers und der Steigung (2a):** Der *Flankendurchmesser* wird bestimmt aus gemessenen Werten für Durchmesser und Steigung, unter Berücksichtigung der Anlagekorrektur und der Messkraft. Für den Flankenwinkel wird der Nominalwert angenommen.

Für die Messunsicherheitsberechnung ist zu berücksichtigen: die Messunsicherheit der Durchmesserbestimmung, der Steigung, des Kugel- oder des Drahtdurchmessers sowie die Unsicherheit des Flankenwinkels. Für den Flankenwinkel wird angenommen, dass er innerhalb der Toleranz liegt. Die Toleranzzone  $\pm a$  (total  $2a$ ) wird als Rechteckverteilung angenommen, was eine Standardunsicherheit von  $a/\sqrt{3}$  ergibt.

- 4.1.4 **Messung des Durchmessers, der Steigung und des Flankenwinkels (2b):** Im Vergleich zu 2a kann die Messung des Flankenwinkels ein zuverlässigeres Messresultat für den *Flankendurchmesser* ergeben, verbunden mit einer meist kleineren Messunsicherheit.

- 4.1.5 **Messung des Durchmessers, der Steigung und der Teilflankenwinkel (3):** Der *Paarungs-Flankendurchmesser* wird bestimmt aus gemessenen Werten für Durchmesser, Teilflankenwinkel und Steigung, unter Berücksichtigung der Anlagekorrektur und der Messkraft. Für eine umfassende Kalibrierung des Gewindes müsste auch die Unregelmässigkeit der Steigung innerhalb eines Umganges (Variation des Steigungswinkels) berücksichtigt werden.

Für die Messunsicherheitsberechnung ist zu berücksichtigen: die Messunsicherheit der Durchmesserbestimmung, der Steigung, der Teilflankenwinkel sowie des Kugel- oder des Drahtdurchmessers.

## 4.2 Weitere Messverfahren

Nachstehend Beispiele für weitere Messverfahren. Was im Abschnitt 4.1 gesagt wurde, ist grösstenteils, aber nicht vollumfänglich anwendbar.

- 4.2.1 **Messung eines zwei-dimensionalen, achsialen Profilschnitts:** Die Messung des kompletten Gewindeprofils ergibt eine umfassendere Charakterisierung des Gewindes als einige Messpunkte gemäss Kategorie 1 bis 3.

- 4.2.2 **Messung mit Koordinatenmessgerät:** Die Messung einer Gewindelehre mit einem Koordinatenmessgerät (KMG) gehört in die Kategorie 2a, mit dem Unterschied, dass der Flankendurchmesser und die Teilung oft in verschiedenen Höhen und Richtungen bestimmt werden. Unter Verwendung von genügend kleinen Tastkugeln und der Scanning-Technik können zusätzlich auch die Teilflankenwinkel bestimmt werden.
- 4.2.3 **Optische Messung:** Normalerweise wird die optische Messtechnik für Aussengewinde angewendet. Messungen, die mit einem Messmikroskop oder einem Profilprojektor gemacht werden, enthalten die Bestimmung des aktuellen Flankenwinkels und der Teilung.
- 4.2.4 **Prüfung mit Grenzlehren:** Die Rückverfolgbarkeit der Prüfergebnisse bei der Prüfung mit Hilfe von Grenzlehren kann durch die Kalibrierung der Grenzlehren bezüglich des Paarungs-Flankendurchmessers erreicht werden. In einem Prüfbericht von Prüfungen mittels Grenzlehren sind die Kalibrierwerte der verwendeten Normallehren mit den dazugehörigen Messunsicherheiten anzugeben, um zu zeigen, dass die verwendeten Normale innerhalb der vorgegebenen Spezifikationen liegen. Der Prüfbericht enthält für jedes geprüfte Gewinde als Prüfergebnis die Aussage „passt“ oder „passt nicht“.

## 5. Berechnung des Flankendurchmessers

- 5.0.1 Die untenstehende mathematische Formel für die Bestimmung des Flankendurchmessers bezieht sich auf die Zwei- oder Dreipunktmessung mit Kugel- oder Zylindertaster. In diesem Kapitel wird die am häufigsten verwendete Formel als Beispiel angegeben. Andere Näherungsformeln können unter Umständen gleichermassen angewendet werden.
- 5.0.2 Der Flankendurchmesser wird bestimmt aus dem gemessenen Durchmesser  $m$  (definiert als der Abstand zwischen den Zentren der Tastelemente, welche das Gewinde beidseitig berühren), der bekannten Steigung  $P$ , dem Flankenwinkel  $\alpha$  und dem Durchmesser  $d_D$  des Tasters. Von einfachen geometrischen Überlegungen erhält man für ein symmetrisches Gewinde mit  $\beta = \gamma = \alpha/2$

$$\text{Fehler! Textmarke nicht definiert. } d_2, D_2 = m \mp d_D \frac{1}{\sin(\alpha/2)} \pm \frac{P}{2} \cot(\alpha/2) \mp A_1 \pm A_2, \quad (1)$$

worin die oberen Vorzeichen sich auf das Aussengewinde ( $d_2$ ) und die unteren Vorzeichen auf das Innengewinde ( $D_2$ ) beziehen. Der Term  $A_1$  ist die Anlagekorrektur, die die zunehmende Entfernung des Tastelementes weg von der Gewindeachse bei zunehmendem Steigungswinkel berücksichtigt.  $A_2$  ist die Korrektur für die Messkraft, welche in Kapitel 6 erläutert wird. Die Formel (1) ist die Lösung des zwei-dimensionalen Problems, und daher nur eine Annäherung, deren Gültigkeit in den nächsten Kapiteln erläutert wird.

### 5.1 Näherung für die Anlagekorrektur

- 5.1.1 Für ein symmetrisches Gewinde mit einem kleinen Steigungswinkel und nicht zu steilen Flankenwinkeln kann die nachstehende Annäherung für die Anlagekorrektur verwendet werden:

$$A_1 = \frac{d_D}{2} \tan^2 \psi \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \cdot \cot \frac{\alpha}{2}, \quad \text{mit } \tan \psi = \frac{P}{\pi \cdot D_2} \quad \text{oder} \quad \tan \psi = \frac{P}{\pi \cdot d_2}. \quad (2)$$

$\psi$  ist der Steigungswinkel. Die untere Tabelle im Anhang 2 zeigt den Effekt der Näherung von Gleichung (2) für verschiedene Gewinde mit symmetrischem Profil.

## 5.2 Allgemeiner Fall, gemäss der Theorie von Berndt

5.2.1 Die Gleichungen (3) bis (5) [1] basieren auf der Theorie von Berndt [2] und gelten für ein asymmetrisches mehrgängiges Gewinde. Sie ergeben exakte Werte für die Anlagekorrektur:

$$d_2, D_2 = m \cdot \cos \theta \mp d_D \cdot \frac{\cos \frac{\beta - \gamma}{2}}{\sin \frac{\beta + \gamma}{2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{m^2 \cdot \sin^2 \theta}{d_D^2 \cdot \cos^2 \left( \frac{\beta - \gamma}{2} \right)}} \pm \left( \frac{\ell}{n} - \frac{2 \cdot \ell \cdot \theta}{\pi} \right) \cdot \frac{\cos \beta \cdot \cos \gamma}{\sin(\beta + \gamma)} \quad (3)$$

Der Hilfswinkel  $\theta$  wird durch Iteration berechnet:

$$\arcsin(\theta_k) = \frac{d_D \cdot \ell}{\pi \cdot m^2} \cdot \frac{\cos \beta \cdot \cos \gamma \cdot \cos \frac{\beta - \gamma}{2}}{\cos \frac{\beta + \gamma}{2}} \cdot \frac{\sqrt{1 - \frac{m^2 \cdot \sin^2 \theta_{k-1}}{d_D^2 \cdot \cos^2 \left( \frac{\beta - \gamma}{2} \right)}}}{\cos \theta_{k-1} \mp \sin \left( \frac{\beta + \gamma}{2} \right) \cdot \cos \left( \frac{\beta - \gamma}{2} \right) \cdot \frac{d_D}{m} \cdot \sqrt{1 - \frac{m^2 \cdot \sin^2 \theta_{k-1}}{d_D^2 \cdot \cos^2 \left( \frac{\beta - \gamma}{2} \right)}}} \quad (4)$$

mit den Startwerten

$$\theta_1 = \frac{d_D \cdot \ell}{\pi \cdot m^2} \cdot \frac{\cos \beta \cdot \cos \gamma \cdot \cos \frac{\beta - \gamma}{2}}{\cos \frac{\beta + \gamma}{2} \cdot \left( 1 \mp \sin \frac{\beta + \gamma}{2} \cdot \cos \frac{\beta - \gamma}{2} \cdot \frac{d_D}{m} \right)} \quad (5)$$

$\ell = n \cdot P$  ist die Steigung eines mehrgängigen Gewindes. Die oberen Vorzeichen beziehen sich auf Aussengewinde ( $d_2$ ) und die unteren Vorzeichen auf Innengewinde ( $D_2$ ). Die obere Tabelle im Anhang 2 ermöglicht das Austesten von Computerprogrammen für die Berechnung des Flankendurchmessers. Andere mathematische Modelle (z.B. numerisch-vektorielle) können für die exakte Gewindeberechnung ebenfalls verwendet werden.

## 5.3 Berechnung des Paarungs-Flankendurchmessers

5.3.1 **Korrektur für den Steigungsfehler:** Eine Abweichung  $\Delta P$  der Steigung (gemessener Wert für den über die Paarungslänge kumulierten Steigungsfehler) ergibt für die Ermittlung des Paarungs-Flankendurchmessers eine Korrektur, die auf den *einfachen* Flankendurchmesser anzuwenden ist. Die Korrektur beträgt für ein symmetrisches Gewinde:

$$\delta D_P = \pm \frac{|\delta P|}{\tan(\alpha/2)} \quad (6)$$

Das obere Vorzeichen bezieht sich auf ein Aussengewinde, das untere Vorzeichen auf ein Innengewinde.

5.3.2 **Korrektur für die Winkelabweichung:** Abweichungen  $\delta\beta$  und  $\delta\gamma$  in den Flankenwinkeln ergeben für die Ermittlung des Paarungs-Flankendurchmessers eine Korrektur, die auf den *einfachen* Flankendurchmesser anzuwenden ist. Die Korrektur beträgt für ein ISO Gewinde ( $\alpha/2 = 30^\circ$ ):

$$\delta D_\alpha = \pm 0,625 \cdot P \cdot (|\delta\beta| + |\delta\gamma|). \quad [\delta\beta] = [\delta\gamma] = \text{rad} \quad (7)$$

Das obere Vorzeichen bezieht sich auf ein Aussengewinde, das untere Vorzeichen auf ein Innengewinde.

## 6. Abplattungskorrektur

6.1 Der Einfluss der Messkraft durch Deformation der Tastelemente, welcher für die Kalibrierung des Flankendurchmessers zu berücksichtigen ist, ist abhängig vom Messverfahren. Die Deformation der Tastelemente während der Kalibrierung derselben und während des Nullens im Messprozess kann die elastische Deformation während der Messung der Gewindelehre teilweise kompensieren.

6.2 Das untenstehende Beispiel gilt für Kugeltaster und enthält einige Vereinfachungen. Es ergibt in vielen Fällen eine gute Näherung. Die elastische Deformation einer Kugel an einer Ebene ist nach der Hertz'schen Formel gegeben durch

$$w_0 = \sqrt[3]{\frac{9F^2}{8d_D} \left( \frac{(1-\nu_1^2)}{E_1} + \frac{(1-\nu_2^2)}{E_2} \right)^2}, \quad (8)$$

wobei

$w_0$	=	Abplattung bei Kontakt Kugel-Ebene
$\nu_i$	=	Poisson-Koeffizient (0,28 für Stahl; 0,25 für Rubin)
$F$	=	Messkraft (senkrecht zur Fläche)
$E_i$	=	Elastizitätsmodul ( $2 \cdot 10^{11}$ N/m <sup>2</sup> für Stahl; $4 \cdot 10^{11}$ N/m <sup>2</sup> für Rubin)
$d_D$	=	Kugeldurchmesser

Normalerweise sind die Messtaster und die Gewindelehren aus verschiedenen Materialien.

6.3 Für die Berührung einer Kugel in der Gewindeflanke kann die Schraubenlinie vereinfacht als gerade V-Nut angenommen werden. Die Messkraft senkrecht zu den Flanken reduziert sich auf  $F / [2 \sin(\alpha/2)]$ . In Richtung der ursprünglichen Messkraft (und der Durchmessermessung) ist die resultierende Abplattung um den Faktor  $1/\sin(\alpha/2)$  grösser als die Abplattung senkrecht zur Flanke. Damit erhält man für die Deformation  $w_{V0}$  einer Kugel in einer V-Nut.

$$w_{V0} = (\sin(\alpha/2))^{-5/3} (1/2)^{2/3} w_0. \quad (8a)$$

6.4 Für ein metrisches Gewinde mit  $\alpha = 60^\circ$  eine 30mm Stahlkugel, 1 N Messkraft und zwei Tasterberührungen auf beiden Seiten des Gewindes resultiert die Korrektur der Gesamtdeformation, welche letztlich in die Berechnung übernommen werden muss, aus den Gleichungen (8) und (8a) und ergibt  $A_2 = 2 w_{V0} = 4 w_0 = 1,84 \mu\text{m}$ .

6.5 Reibungseffekte und allfällige Formabweichungen der Messdrähte und Flachtaster können Abweichungen von den Hertz'schen Gleichungen ergeben. Generell wird empfohlen, die Messstrategie so zu optimieren, dass möglichst wenige Korrekturen übrigbleiben.

## 7. Ermittlung der Messunsicherheit

7.0.1 Die Messunsicherheit für die Bestimmung des Flankendurchmessers ist gemäss dem Dokument **EA-4/02** [3] zu ermitteln. Die Abschätzung der Messunsicherheit für die Messgrösse  $m$ , die Steigung  $P$  und den Flankenwinkel  $\alpha$  kann allerdings an dieser Stelle ohne Kenntnis des angewandten Messverfahrens, des verwendeten Messinstruments und den Laborbedingungen nicht erfolgen.

### 7.1 Optimaler Durchmesser für die Tastelemente

Die richtige Wahl des Durchmessers  $d_D$  der Tastelemente (Kugel oder Zylinder) ist sehr wichtig. Idealerweise sollte das Profil im Flankenzyylinder angetastet werden. Falls der Durchmesser des Tastelementes stark vom idealen Durchmesser abweicht, gewinnt ein allfälliger Flankenwinkelfehler für die Bestimmung des Flankendurchmessers an Bedeutung. Falls der Flankenwinkel nicht gemessen wird, sondern die Standard-Unsicherheit von den Toleranzwerten (Kategorie 1a und 2a) abgeleitet wird, sollte im Messunsicherheitsbudget für den (einfachen) Flankendurchmesser der entsprechende Beitrag nicht dominant sein was durch die Wahl eines geeigneten Tasterdurchmessers erreicht werden kann.

7.1.2 Die Tastelemente sollten nicht nur bezüglich des Durchmessers  $d_D$  kalibriert, sondern auch mit einer Formmessung oder einer 3-Punkt-Messung charakterisiert werden. So werden beispielsweise Messdrähte, die der Abnutzung unterliegen, häufig mit der 2-Punkt-Methode kalibriert, aber dann mit der 3-Punkt-Methode verwendet. In der Praxis weichen die Durchmesser der drei Messdrähte in einem Set mit gleichem Nominalmass geringfügig voneinander ab. Dies ist in der Berechnung der Unsicherheit zu berücksichtigen.

7.1.3 **Symmetrische Profile:** Für symmetrische Gewinde mit mässigem Steigungswinkel, berührt ein (kugelförmiges oder zylindrisches) Tastelement mit dem Durchmesser

$$d_0 = \frac{P}{2} \frac{1}{\cos(\alpha/2)} \quad (9)$$

das Profil nahe beim Flankenzyylinder.

7.1.4 **Asymmetrische Profile:** Ein (kugelförmiges oder zylindrisches) Tastelement mit einem Durchmesser

$$d_0 = P \cdot \frac{\tan(\alpha/2)}{\tan\beta + \tan\gamma} \cdot \frac{2}{\cos\beta + \cos\gamma} \quad (10)$$

berührt das Profil symmetrisch um den Flankenzyylinder.

### 7.2 Beispiel 1: Kalibrierung eines Innengewindes mit Doppelkugeltaster

7.2.1 Innen- und Aussengewinde (Gewinding und Gewindedorn) können mit einer Längenmessmaschine und einem Doppelkugeltaster (Fig.2) gemessen werden. Die gemessene Verschiebung  $\Delta L$  berechnet sich aus dem Durchschnitt aus den Verschiebungen zwischen den Positionen 1 nach 2 und 2 nach 3:  $\Delta L = (\Delta L_{12} + \Delta L_{23})/2$ . Falls die Gewindeachse genügend genau zur Messachse ausgerichtet ist, genügt eine 2-Punkt-Messung. Die Tasterkonstante  $C$  kann mit einem glatten Ring oder einem Endmass ermittelt werden.

- 7.2.2 Die Grösse  $m$ , definiert als die Distanz zwischen den Zentren der Tasterkugeln (Fig.2), ist dann für einen Gewinding:  $m = \Delta L + C - d_D$   
 und für einen Gewindedorn:  $m = \Delta L + C - d_D$

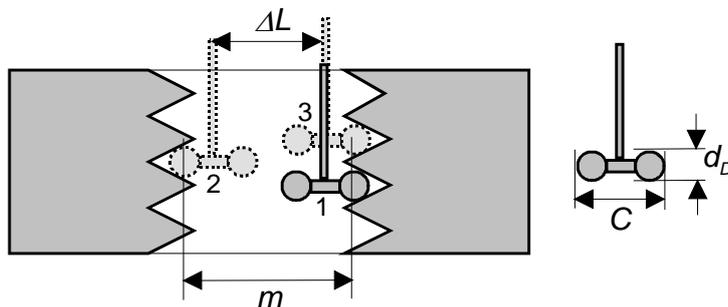


Fig. 2 Kalibrierung eines Innengewindes mit Doppelkugeltaster.

- 7.2.3 Es ist zu bemerken, dass die Tasterkonstante  $C$  normalerweise nicht genau die geometrischen Dimensionen gemäss Fig. 2 aufweist, sondern auch den virtuellen Abstand der Kugeln und den Offset zwischen den links- und rechts-seitigen Nullpositionen des Tasters beinhaltet. Dieser Effekt wird jedoch eliminiert, da er auch bei der Ermittlung der Tasterkonstanten und der nachfolgenden Messung des Gewindes auftritt.

- 7.2.4 Für eine Innengewindemessung wird die mathematische Modellfunktion für den Flankendurchmesser aus Gleichung (1) abgeleitet, wobei  $m$  ersetzt wird durch  $m = \Delta L + C - d_D$ :

$$D_2 = \Delta L + C + d_D \left( \frac{1}{\sin(\alpha/2)} - 1 \right) - \frac{P}{2} \cot(\alpha/2) + A_1 - A_2 + \delta B, \quad (11)$$

worin  $C$  die Tasterkonstante und  $B$  zusätzliche Abweichungen wie Formabweichungen der Gewindelehre darstellen.

- 7.2.5 Unter Annahme nicht korrelierter Eingangsgrössen ergibt sich die Varianz des Flankendurchmessers  $D_2$  aus

$$u^2(D_2) = u^2(\Delta L) + u^2(C) + c_{d_D}^2 u^2(d_D) + c_P^2 u^2(P) + c_{\alpha/2}^2 u^2(\alpha/2) + u^2(A_1) + u^2(A_2) + u^2(\delta B). \quad (12)$$

wobei

$u(\Delta L)$  ist die Standardunsicherheit der **gemessenen Verschiebung  $\Delta L$**  (separat ermittelt, ähnlich wie für eine glatte Lehrhinge, beinhaltet Beiträge von der Kalibrierung des Messinstrumentes, Temperatureffekte, Bestimmung der Lage der Umkehrpunkte etc.);

$u(C)$  ist die Standardmessunsicherheit der **Tasterkonstanten  $C$**  (beinhaltet – abgesehen von Beiträgen, die direkt aus dem Messprozess resultieren – die Standardunsicherheit des für diese Bestimmung verwendeten Referenzmasses (Endmass oder Lehrhinge));

$u(d_D)$  ist die Standardunsicherheit des Kalibrierwertes für den **Durchmesser des Tasterelementes**. Diese Unsicherheit wird für beide Kugeln als vollständig korreliert angenommen, was einen Empfindlichkeitskoeffizienten von  $c_{d_D} = 1/\sin(\alpha/2)$  ergibt

$u(P)$  ist die Standardunsicherheit der **Steigungsmessung**; der zugehörige Empfindlichkeitskoeffizient ergibt sich aus  $c_P = \cot(\alpha/2)/2$ ;

$u(\alpha/2)$  ist die Standardunsicherheit der Messung des **Flankenwinkels**  $\alpha/2$ . Diese kann in vielen Fällen – im Besonderen für optische Messmethoden – umgekehrt proportional zur Steigung sein. Der Empfindlichkeitskoeffizient hängt von der Differenz des aktuellen Durchmessers  $d_D$  und des optimalen Durchmessers  $d_0$  des Tastelementes ab. Vorsicht mit der Einheit von  $\alpha$ :  $[\alpha] = \text{rad}$ .

$$c_{\alpha/2} = \frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{\sin^2 \frac{\alpha}{2}} (d_D - d_0); \quad (13)$$

$u(A_1)$  ist die Standardunsicherheit, die aus einem allfälligen Fehler bei Verwendung einer Näherungsformel für die **Anlagekorrektur** resultiert;

$u(A_2)$  ist die Standardunsicherheit der angewandten **Messkraft**-Korrektur (elastische Deformation der Tastelemente);

$u(\delta B)$  ist die Standardunsicherheit, die die Unvollkommenheit der kalibrierten Gewindelehre berücksichtigt, wie zum Beispiel **Formabweichungen**, und weitere Geräte- oder verfahrensabhängige Beiträge, welche noch nicht berücksichtigt wurden.

7.2.6 **Numerisches Beispiel eines Messunsicherheitsbudgets:**

Kalibrierung gemäss Kategorie 1a eines metrischen Gewindelehrrings M 36x4 mit den Nennwerten  $D_2 = 33,402 \text{ mm}$ ,  $P = 4 \text{ mm}$  und  $\alpha = 60^\circ$ . Die Lehre wird mit einem Doppelkugeltaster mit  $d_D = 2,4822 \text{ mm}$  gemessen (idealer Durchmesser  $d_0 = 2,3094 \text{ mm}$ ), Tasterkonstante  $C = 16,02 \text{ mm}$ , Messkraft  $0,1 \text{ N}$ . Weder die Steigung noch der Flankenwinkel werden gemessen, die Berechnung des *einfachen Flankendurchmessers* erfolgt mit deren Nominalwerten. Da der Empfindlichkeitskoeffizient  $c_{\alpha/2}$  linear von  $(d_D - d_0)$  abhängig ist, sollten nur Tastelemente mit nahezu idealem Durchmesser verwendet werden (siehe Abschnitt 7.1.1). Für dieses Beispiel werden für den Flankenwinkel  $\alpha/2$  Herstellerdrehdurchmesser wird mit den Gleichungen (3 - 5) berechnet.

Grösse	Wert	Standard- Unsicherheit	Verteilung	Empfindlich- keitskoeff.	Unsicher- heitsbeitrag
$X_i$	$x_i$	$u(x_i)$		$c_i$	$u_i(y)$
$\Delta L$	18,361 mm	0,4 $\mu\text{m}$	normal	1	0,4 $\mu\text{m}$
$C$	16,02 mm	0,3 $\mu\text{m}$	normal	1	0,3 $\mu\text{m}$
$d_D$	2,4822 mm	0,3 $\mu\text{m}$	normal	1	0,3 $\mu\text{m}$
$P$	4 mm	0	-	-	0
$\alpha$	60°	5,8'=1,68mrad	rechteckig	0,6 $\mu\text{m}/\text{mrad}$	1,0 $\mu\text{m}$
$A_2$	0,24 $\mu\text{m}$	0,02 $\mu\text{m}$	rechteckig	1	0,02 $\mu\text{m}$
$\delta B$	0	0,3 $\mu\text{m}$	rechteckig	1	0,3 $\mu\text{m}$
$D_2$	33,4018 mm				1,20 $\mu\text{m}$

**Erweiterte Messunsicherheit:**  $U = k \cdot u(D_2) = 2 \cdot 1,2 \mu\text{m} = 2,4 \mu\text{m}$

Der *einfache* Flankendurchmesser beträgt  $D_2 = (33,4018 \pm 0,0024) \text{ mm}$ .

7.2.7 Es ist zu bemerken, dass infolge des grossen Empfindlichkeitskoeffizienten (0,6  $\mu\text{m}/\text{mrad}$ ) der Unsicherheitsbeitrag für den Flankenwinkel sehr gross ist, obschon die Herstellertoleranz für den Flankenwinkel von  $\pm 10'$  relativ klein ist. In diesem Fall kann eine Kalibrierung des einfachen Flankendurchmessers ohne Messung der Flankenwinkel nicht empfohlen werden, ausser es wird ein Taster mit nahezu idealem Durchmesser gewählt, was den Empfindlichkeitskoeffizienten für den Flankenwinkel reduzieren würde.

### 7.3 Beispiel 2: Aussengewinde mit drei Messdrähten kalibriert

- 7.3.1 Ein Aussengewinde (Gewindelehndorn) wird zwischen zwei Flachtastern unter Verwendung von drei Messdrähten als Tastelemente mit dem Durchmesser  $d_D$  kalibriert (Fig.3). Ist der Flankenzyylinder genügend genau zur Messachse ausgerichtet, z.B. unter Verwendung von Spitzen, genügen zwei Messdrähte.

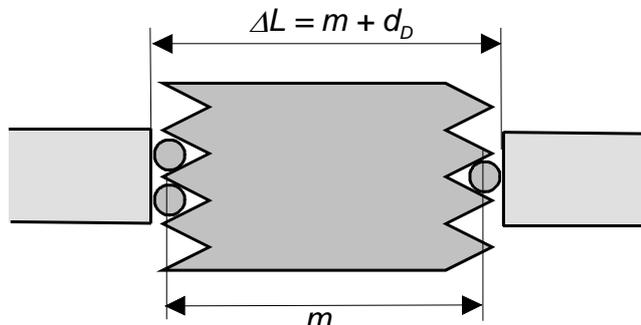


Fig. 3 Kalibrierung eines Aussengewindes mit drei Messdrähten zwischen Flachtastern.

- 7.3.2 Für eine Aussengewindemessung wird die mathematische Modellfunktion für den Flankendurchmesser aus Gleichung (1) abgeleitet, wobei  $m$  durch  $m = \Delta L - d_D$  zu ersetzen ist.

$$d_2 = \Delta L - d_D \left( \frac{1}{\sin(\alpha/2)} + 1 \right) + \frac{P}{2} \cot(\alpha/2) - A_1 + A_2 + \delta B, \quad (14)$$

- 7.3.3 Unter Annahme nicht korrelierter Eingangsgrößen ergibt sich die Varianz des Flankendurchmessers  $d_2$  aus

$$u^2(d_2) = u^2(\Delta L) + c_{d_D}^2 u^2(d_D) + c_P^2 u^2(P) + c_{\alpha/2}^2 u^2(\alpha/2) + u^2(A_1) + u^2(A_2) + u^2(\delta B). \quad (15)$$

wobei

$u(\Delta L)$  ist die Standardunsicherheit der **gemessenen Verschiebung**  $\Delta L$  (separat ermittelt, ähnlich wie für eine glatte Lehrhinge, beinhaltet Beiträge von der Kalibrierung des Messinstrumentes, Temperatureffekte, Bestimmung der Lage der Umkehrpunkte etc.);

$u(C)$  ist die Standardmessunsicherheit der **Tasterkonstanten C** (beinhaltet – abgesehen von Beiträgen, die direkt aus dem Messprozess resultieren – die Standardunsicherheit des für diese Bestimmung verwendeten Referenzmasses (Endmass oder Lehrhinge));

$u(d_D)$  ist die Standardunsicherheit des Kalibrierwertes für den **Durchmesser des Tastelementes**. Diese Unsicherheit wird für beide Kugeln als vollständig korreliert angenommen, was einen Empfindlichkeitskoeffizienten von  $c_{d_D} = 1/\sin(\alpha/2) \square 1$  ergibt; (Bemerkung: Dieser kann verschieden gegenüber dem für die Kalibrierung von Lehrhingen berechneten Empfindlichkeitskoeffizienten sein, abhängig von der Messmethode, im speziellen wie das Längenmessgerät genullt wurde);

$u(P)$  ist die Standardunsicherheit der **Steigungsmessung**; der zugehörige Empfindlichkeitskoeffizient ergibt sich aus  $c_P = \cot(\alpha/2)/2$ ;

$u(\alpha/2)$  ist die Standardunsicherheit der Messung des **Flankenwinkels**  $\alpha/2$ . Diese kann in vielen Fällen – im Besonderen für optische Messmethoden – umgekehrt proportional zur Steigung sein. Der Empfindlichkeitskoeffizient hängt von der Differenz des aktuellen Durchmessers  $d_D$  und des optimalen Durchmessers  $d_0$  des Tastelementes ab. Vorsicht mit der Einheit  $\alpha$ :  $[\alpha] = \text{rad}$ .

$$c_{\alpha/2} = \frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{\sin^2 \frac{\alpha}{2}} (d_D - d_0); \quad (16)$$

$u(A_1)$  ist die Standardunsicherheit, die aus einem allfälligen Fehler bei Verwendung einer Näherungsformel für die **Anlagekorrektur** resultiert;

$u(A_2)$  ist die Standardunsicherheit der angewandten **Messkraft**-Korrektur (elastische Deformation der Tastelemente);

$u(\delta B)$  ist die Standardunsicherheit, die die Unvollkommenheit der kalibrierten Gewindelehre berücksichtigt, wie zum Beispiel **Formabweichungen**, und weitere Geräte- oder verfahrensabhängige Beiträge, welche noch nicht berücksichtigt wurden.

#### 7.3.4 Numerisches Beispiel eines Messunsicherheitsbudgets:

Kalibrierung gemäss Kategorie 2b eines metrischen Gewindelehrings M 64x6 mit den Nominalwerten  $d_2 = 60,1336 \text{ mm}$ ,  $P = 6 \text{ mm}$  und  $\alpha = 60^\circ$ . Die Lehre wird unter Verwendung von drei Messdrähten mit  $d_D = 3,464 \text{ mm}$  (idealer Durchmesser  $d_0 = 3,4641 \text{ mm}$ ) und einer Messkraft von  $1,5 \text{ N}$  gemessen.

Grösse	Wert	Standardunsicherheit	Verteilung	Empfindlichkeitskoeff.	Unsicherheitsbeitrag
$X_i$	$x_i$	$u(x_i)$		$c_i$	$u_i(y)$
$\Delta L$	65,2993mm	0,4 $\mu\text{m}$	normal	1	0,4 $\mu\text{m}$
$d_D$	3,4641 mm	0,2 $\mu\text{m}$	normal	3	0,6 $\mu\text{m}$
$P$	6,004 mm	1 $\mu\text{m}$	normal	0,866	0,87 $\mu\text{m}$
$\alpha$	59,7°	1,3'=0,38mrad	normal	-0,35 $\mu\text{m}/\text{rad}$	-0,0001 $\mu\text{m}$
$A_2$	0,0007 mm	0,1 $\mu\text{m}$	rechteckig	1	0,1 $\mu\text{m}$
$\delta B$	0	0,2 $\mu\text{m}$	rechteckig	1	0,2 $\mu\text{m}$
$d_2$	60,1048 mm				1,15 $\mu\text{m}$

**Erweiterte Unsicherheit:**  $U = k \cdot u(d_2) = 2 \cdot 1,15 \mu\text{m} = 2,3 \mu\text{m}$

Der Flankendurchmesser beträgt  $d_2 = (60,1048 \pm 0,0023) \text{ mm}$ .

7.3.5 Der *einfache* Flankendurchmesser ist durch die Steigungsmessung und deren Unsicherheit nicht beeinflusst, weil für die Berechnung des einfachen Flankendurchmessers der nominelle Wert der Steigung verwendet wird. Dies ergibt einen unterschiedlichen Wert und in eine kleinere Messunsicherheit:

$$d_2 = (60,1013 \pm 0,0015) \text{ mm}$$

7.3.6 Dieses Beispiel zeigt, dass die erweiterte Messunsicherheit des *einfachen Flankendurchmessers* kleiner ist als die Unsicherheit des Flankendurchmessers, auch wenn im letzten Fall die Steigung wirklich gemessen wird. Diese Situation kann akzeptiert werden, solange in Kalibrierzertifikaten und im Akkreditierungsbereich die Messgrössen *Flankendurchmesser* und *einfacher Flankendurchmesser* klar unterschieden werden.

7.3.7 Der in diesem Beispiel verwendete Messdrahtdurchmesser entspricht möglichst dem idealen Durchmesser, woraus dann ein sehr kleiner Empfindlichkeitskoeffizient für den Flankenwinkel resultiert. In diesem Fall ist eine Kalibrierung ohne Messung der Flankenwinkel möglich, ohne die Messunsicherheit zu beeinträchtigen.

## 7.4 Zusätzliche Unsicherheitsbeiträge für den Paarungs-Flankendurchmesser

7.4.1 Zusätzlich zu den in Kapitel 7.3 erläuterten Beiträgen sind auch die für die Bestimmung des Paarungs-Flankendurchmessers angewandten Korrekturen mit Unsicherheit behaftet:

$u(\delta D_P)$  berücksichtigt die Unsicherheit der Steigungsmessung als Beitrag für die Steigungskorrektur für den Paarungs-Flankendurchmesser mit dem Empfindlichkeitskoeffizienten  $c_{D_P} = 1/\tan(\alpha/2)$ ;

$u(\delta D_\alpha)$  berücksichtigt die Unsicherheit der Flankenwinkelmessung als Beitrag für die Flankenwinkelkorrektur für den Paarungs-Flankendurchmesser mit dem Empfindlichkeitskoeffizienten  $c_{D_\alpha} = 2 \cdot 0,625 \cdot P$ .

Für das numerische Beispiel unter 7.3.4 ergibt sich folgendes Unsicherheitsbudget:

Grösse $X_i$	Wert $x_i$	Standard- unsicherheit $u(x_i)$	Verteilung	Empfindlich- keitskoeff. $c_i$	Unsicher- heitsbeitrag $u_i(y)$
Beiträge von den Grössen $\Delta L$ , $d_D$ , $P$ , $\alpha$ , $A_2$ , $\delta B$ wie für Bsp. 7.3			normal	1	1,15 $\mu\text{m}$
$\delta D_P$	0,0069 $\mu\text{m}$	1 $\mu\text{m}$		1,73	1,73 $\mu\text{m}$
$\delta D_\alpha$	0,0196 mm	0,38 mrad		7,5 $\mu\text{m}/\text{mrad}$	2,85 $\mu\text{m}$
$d_2$	60,1278 mm				3,53 $\mu\text{m}$

Der Paarungs-Flankendurchmesser beträgt  $d_2 = (60,1278 \pm 0,0071)$  mm.

## 8. Kalibrierzertifikat

8.1 Das Kalibrierzertifikat soll konform zur Norm ISO/IEC 17025 sein. Im Kalibrierzertifikat muss klar ersichtlich sein, welche Parameter bestimmt wurden und welche Parameter dazu gemessen oder angenommen wurden.

## 9. Literatur

1. M. Kochsiek und J. Lerch, "Zur Ermittlung von Bestimmungsgrössen an Gewinden", PTB-Bericht PTB-Me-4 (1974).
2. G. Berndt, "Die Anlagekorrekturen bei der Bestimmung des Flankendurchmessers von symmetrischen und unsymmetrischen Aussen- und Innengewinden nach der Dreidrahtmethode oder mittels zweier Kugeln", Zeitschrift für Instrumentenkunde **60** (1940), pp. 141ff, 177ff, 209ff, 237ff, 272ff.
3. **EA-4/02\***  
Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration (1997).  
(vormals EAL-R2)

**Anhang 1: Internationales Wörterbuch**

<b>Deutsch</b>	<b>English</b>	<b>Français</b>
Flankendurchmesser	pitch diameter or effective diameter	diamètre sur flancs
einfacher Flankendurchmesser	simple pitch diameter or simple effective diameter	diamètre sur flancs simple
Paarungs-Flankendurchmesser	virtual pitch diameter or virtual effective diameter	diamètre sur flancs virtuel
Teilung	pitch	pas du profil
Steigung	lead	pas hélicoïdal
Steigungswinkel	lead angle	angle hélicoïdal
abgewinkelte Schraubenlinie	helix	filet
mehrgängiges Gewinde	multi-start thread	filetage à plusieurs filets
Teilflankenwinkel	flank angle	demi-angle du flanc
Flankenwinkel	thread angle	angle du filet
Aussendurchmesser	major diameter	diamètre extérieur
Kerndurchmesser	minor diameter	diamètre intérieur
Anlagekorrektur	rake correction	correction d'obliquité

## Anhang 2: Beispiele für die Berechnung des Flankendurchmessers

Die nachstehenden Beispiele sind für das Austesten von Rechenprogrammen zur Berechnung des Flankendurchmessers gedacht. Die Messkraft ist mit Null angenommen, daher wird keine Korrektur für die Abplattung angewendet.

Form	Typ	$d_2, D_2$ nom / mm	$P$ / mm	$l$ / mm	$n$	$\beta$	$\gamma$	$d_b$ / mm	$m$ / mm	$d_2, D_2$ ref / mm
Dorn	M 64x6	60,127	6,000	6,000	1	30°	30°	3,2030	61,3458	<b>60,1336</b>
Ring	Tr 22x18p6	18,988	6,000	18,000	3	15 °	15 °	3,1058	17,6161	<b>18,9749</b>
Ring	Tr 22x18p6	18,988	6,000	18,000	3	15 °	15 °	3,2250	17,1211	<b>18,9932</b>
Dorn	G 1	31,783	2,309	2,309	1	26°43'	27°15'	1,1549	32,0761	<b>31,7977</b>
Dorn	Pg 48	58,56	1,580	1,580	1	40°	40°	1,1025	59,3003	<b>58,5266</b>
Ring	S 65x16	54,508	16,000	16,000	1	3°	30°	8,0007	52,4013	<b>54,4872</b>
Ring		80,8785	6,000	6,000	1	3°	30°	3,4162	79,1134	<b>81,2846</b>
Ring		58,7301	6,000	6,000	1	20°	30°	3,0232	57,9998	<b>58,7551</b>
Ring		39,7160	16,000	16,000	1	20°	30°	8,1825	37,2661	<b>39,6890</b>
Dorn		97,9242	16,000	16,000	1	3°	30°	8,0230	100,021 4	<b>97,9304</b>

Die Referenzwerte wurden mit den Gleichungen (3 - 5) des Kapitels 5.2 ermittelt.

Einfluss der Näherungen in den Formeln für die Berechnung des Flankendurchmessers:

Form	$d_2, D_2$ nom / mm	$P$ / mm	$n$	$\beta$	$\gamma$	$d_b$ / mm	$m$ / mm	$d_2, D_2$ appr. <sup>1</sup> / mm	$d_2, D_2$ ref <sup>2</sup> / mm
Dorn	60,127	6,000	1	30°	30°	3,2030	61,3458	60,1336	60,1336
Ring	18,988	6,000	3	15 °	15 °	3,1058	17,6161	19,0120	18,9749
Ring	18,988	6,000	3	15 °	15 °	3,2250	17,1211	19,0364	18,9932
Dorn	31,783	2,309	1	26°43'	27°15'	1,1549	32,0761	31,7977	31,7977
Dorn	58,56	1,580	1	40°	40°	1,1025	59,3003	58,5266	58,5266

<sup>1</sup> Nach Gleichungen (1 - 2) des Kapitels 5.1.

<sup>2</sup> Nach Gleichungen (3 - 5) des Kapitels 5.2